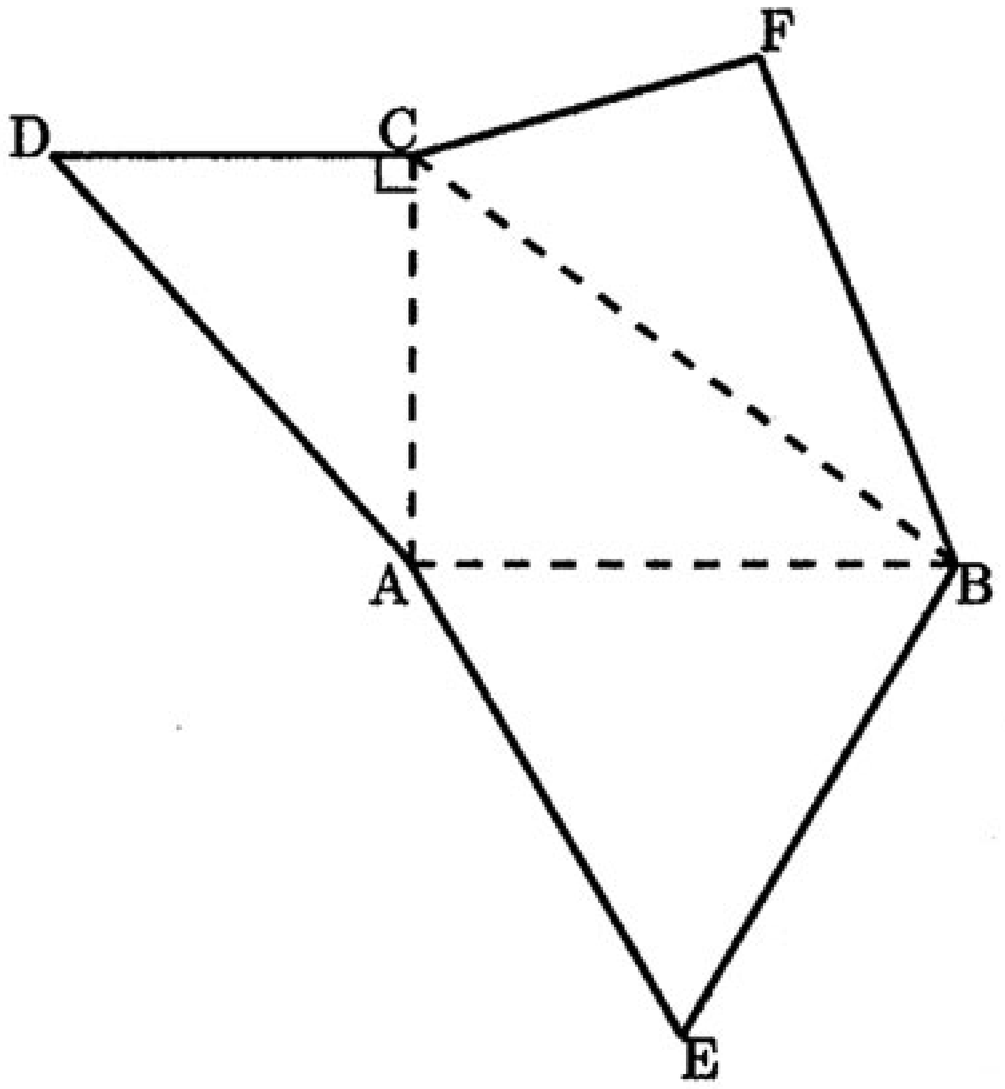
（理　系　学　部）

1　図はある三角錐Vの展開図である。ここでAB$=4$，AC$=3$，BC$=5$，$\angle$ACD$=90^\circ$で△ABEは正三角形である。このとき，Vの体積を求めよ。



2　直角三角形△ABCにおいて$\angle$Bは直角であるとし，辺ACの長さをaとする。辺ACをn等分し，その分点をAに近い方から順にD_1, D_2, D_3, …, D_{n-1}とおく。$1 \leqq k \leqq n-1$に対し，線分BD_kの長さをL_kとする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　$S_n = \sum_{k=1}^{n-1} (L_k)^2$を$a$と$n$で表せ。

(2)　$\lim_{n \to \infty} \frac{S_n}{n}$を$a$で表せ。

3 $t>0$ とし，$x=t$ で表される直線を ℓ_1 とする。$y=\dfrac{x^2}{4}$ で表される放物線を C とおく。C と ℓ_1 の共有点$\left(t,\ \dfrac{t^2}{4}\right)$における C の接線を ℓ_2 とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) ℓ_1 と ℓ_2 のなす角を θ とするとき，$\cos\theta$ を求めよ。ただし，$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ とする。

(2) ℓ_1 を ℓ_2 に関して対称移動させた直線を ℓ_3 とおくとき，ℓ_3 の方程式を求めよ。

(3) ℓ_3 は t によらない定点を通ることを示せ。

(4) ℓ_3 と C の 2 つの共有点を P，Q とする。線分 PQ の長さが最小になるような t の値を求めよ。

4 $0<a<1$，$0<\theta<\pi$ とする。4 点 $\mathrm{O}(0,\ 0)$，$\mathrm{A}(a,\ 0)$，$\mathrm{P}(\cos\theta, \sin\theta)$，$\mathrm{Q}(x,\ y)$ が条件

$$\mathrm{OQ}=\mathrm{AQ}=\mathrm{PQ}$$

をみたすとする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 点 Q の座標を a と θ で表せ。

(2) a を固定する。$0<\theta<\pi$ の範囲で θ が動くとき，y の最小値を求めよ。

5 自然数 n に対して

$$a_n=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\tan x)^{2n}dx$$

とおく。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) a_1 を求めよ。

(2) a_{n+1} を a_n で表せ。

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ。

(4) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^{k+1}}{2k-1}$ を求めよ。